

**ТКАЧЕНКО В.Н.**, НТУ «ХПИ» (г. Харьков)

## **ВЛИЯНИЕ СИЛ ЗАЦЕПЛЕНИЯ И ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ НА НАПРЯЖЕНИЯ В ЗУБЧАТОМ ВЕНЦЕ ГИБКОГО КОЛЕСА ВОЛНОВОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ**

В статті наведені підсумки досліджень впливу сил зацеплення та геометричної нелінійності на напруження в зубчастім вінці гнучкого колеса хвильової передачі.

The article presents the results investigation influence force interaction and geometrical unlinearing on tension in supple wheels harmonic drive.

Величины напряжений в нормальном сечении между зубьями венца гибкого колеса волновой зубчатой передачи (ВЗП) можно представить в виде суммы

$$S = S_u + \Delta S_m + \Delta S_n;$$

где  $S_u$  – напряжения, возникающие от деформации гибкого колеса генератором,

$\Delta S_m$  – приращение напряжений, вызванное нагружением гибкого зубчатого колеса (ГЗК) передаваемым вращающим моментом,  $\Delta S_n$  – приращение напряжений во впадинах между зубьями венца, возникающее из-за того, что силы зацепления приложены в областях, не лежащих в срединной поверхности ГЗК.

В вершине волны деформации, где нормальные напряжения максимальны, касательные пренебрежимо малы, так как грани зубьев гибкого колеса, находящихся в полном зацеплении с зубьями жесткого колеса, параллельны оси ГКВЗП.

Рассмотрим влияние параметров гибкого колеса на величину приращения  $\Delta S_n$ . Результаты исследования взаимодействия зубьев гибкого и жесткого колес ВЗП [1] позволяют принять при расчетах ряд допущений.

1. Нагрузка передается 20 ÷ 40% всего числа зубьев ГЗК.
2. Силы зацепления распределяются по угловой координате с законом, близким к косинусоидальному, если угол отсчитывается от максимальной радиальной деформации.
3. Область действия локального изгибающего момента  $M_\varphi$  не превышает угла  $\varphi$ , соответствующего двум зубьям.

Напряжения  $\Delta S_n$  во впадине между  $i$  и  $i+1$  зубьями

$$\Delta S_m = \Delta S (M_{q,i}) - \Delta S_m (M_{q,i+1}),$$

так как изгибающие моменты  $M_{q,i}$  и  $M_{q,i+1}$  одинакового знака.

Предположим, что в двухволновой передаче зацепление реализуется в двух областях по  $30^\circ$  каждая, что составляет 17...18% всех зубьев ГК. Очевидно, что такое предположение идет в запас прочности.

Погонная касательная нагрузка  $T = T_{\max} \cos 6q$ . Крутящий момент

$$M_\kappa = 4R^2 \int_0^{p/12} T_{\max} \cos 6q dq, \text{ так, что } T_{\max} = 1,5M_{\kappa p} / R^2, \text{ где } R - \text{ радиус}$$

срединной поверхности ГК до деформации его генератором.

Касательное усилие  $S = T \cdot \Delta l$ , где  $\Delta l = 2pR / z$ .

В вершине волны деформации плечо силы  $S$  можно принять равным модулю  $m$

$$M_{qB} = S \cdot m = 6pM_\kappa \cos 6q / z^2.$$

Графики, приведенные в работе [2], позволяют связать величину внешнего момента  $M_{qB}$  с возникающим в  $3B$  внутренним изгибающим моментом  $M_\xi$ .

$$M_\xi = 0,22M_{qB} / \Delta l,$$

так, что

$$\Delta S_\xi = 6M_\xi / H^2 \cong 4M_\kappa \cos 6q / Rz \cdot H^2,$$

где  $H$  - толщина  $3B$  во впадине между зубьями.

Величина момента  $M_\kappa$  связана с диаметром ГК соотношением  $M_\kappa = \kappa \cdot d^3$ ,

где  $\kappa$  по заданным [1] изменяется от 2,5 до 3. Соотношение  $R/H$  примем равным 50, минимальное число зубьев  $z=100$ , так что приращение напряжений от действия сил зацепления между зубом, к которому приложена максимальная сила  $S_{\max}$  и соседним зубом, на который действует сила  $S$

$$\Delta S_\xi = \Delta S_\xi (S_{\max}) - \Delta S_\xi (S),$$

получается с вышеприведенными допущениями не более 15 МПа.

Таким образом, напряжения  $\Delta S_\xi$  - оцененные сверху, на порядок меньше напряжений  $S_u + \Delta S_m$  от изгиба ГК.

В связи с тем, что толщина ГК ВЗП соизмерима с максимальными радиальными перемещениями  $W_{\max}$ , необходимо учитывать влияние

геометрической нелинейности на величины нормальных напряжений. Для этого определим зависимость между приближенным и точным нелинейным решением для изгибающего момента  $M_{qu}$  в ЗВ исходя из того, что величина  $M_{qu}$  определяется изменением кривизны в плоскости, перпендикулярной оси ГК.

Как для цилиндрической оболочки, так и для кольца изменение изгибающего момента  $M_{qu}$  определяется изменением кривизны.

Определим изменение кривизны в зависимости от изменения соотношения  $W/R$  в линейной и геометрически нелинейной постановках задачи и сравним полученные результаты.

Линеаризованное уравнение для изменения кривизны имеет вид:

$$\Delta K_{\text{л}} = -\frac{1}{R^2} \left( \frac{d^2 W}{dq^2} + W \right).$$

Нелинеаризованное уравнение для кривизны в параметрической форме имеет вид:

$$K = \frac{|r^2 + 2r'^2 - r \cdot r''|}{(r^2 + r'^2)^{\frac{3}{2}}},$$

где  $r(q) = R + W(q)$ .

Соответственно  $\Delta K_H = K - 1/R$ .

Для определения характера изменения соотношения  $\Delta K_{\text{л}}/\Delta K_H$ , в зависимости от  $W/R$ , рассмотрим вторую гармонику перемещения  $W = W(q)$ , определяющую, в основном, нормальные напряжения изгиба для двухволнового генератора волн деформации.

Обозначим  $\Delta = a_2/R$ , где  $a_2$  - амплитуда второй гармоники. Тогда

$$\frac{\Delta K_{\text{л}}}{\Delta K_H} = \frac{M_{\text{л}}}{M_H} = 3\Delta \cos 2q / \left[ \frac{|1 + 6\Delta \cos 2q + S\Delta^2 + 3\Delta^2 \sin^2 2q|}{(1 + 2\Delta \cos 2q + \Delta^2 + 3\Delta^2 \sin 2q)^{\frac{3}{2}}} - 1 \right].$$

Величина приведенного соотношения определялась в зависимости от  $\Delta$  в интервале от 0,001 до 0,1.

Полученное в виде таблицы для угла  $q = 0$  и  $q = p/2$  рассматриваемое соотношение хорошо аппроксимируется зависимостью

$$\frac{\Delta K_{\text{л}}}{\Delta K_{\text{н}}} = 1 + 2,333 \left| 1 - 4q/p \right| \cdot a_2/R.$$

Анализируя полученные результаты, приходим к выводу, что нормальные напряжения от изгиба ГК генератором волн, вычисленные с использованием приближенных, геометрически линейных зависимостей, превосходят по величине такие же напряжения, для вычисления которых используются нелинеаризованные соотношения. В результате геометрической линеаризации возникает погрешность, которая идет в запас прочности.

$$|s_{qH}| = |s_{q\text{л}}| / \left( 1 + 2,333 \left| 1 - 4q/p \right| \cdot a_2/R \right).$$

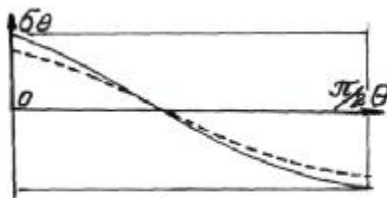


Рисунок 1

На рис. 1 сплошная линия соответствует напряжениям, вычисленным по линеаризованным зависимостям, а пунктирная – с учетом геометрической нелинейности.

В диапазоне рекомендуемых соотношений  $W_{\text{max}}/R$  погрешность вычислений напряжений  $s_u$  не превосходит  $5 \div 7\%$ , а в вершине волны деформации, где гибкое и жесткое зубчатые колеса входят в полное зацепление, упомянутая погрешность частично компенсируется неучетом напряжений  $\Delta s_m$ .

**Список литературы:** 1. Иванов М.Н. Волновые зубчатые передачи. – М.: Высшая школа, 1981. – 184 с. 2. Даревский В.М. Определение перемещений и напряжений в цилиндрической оболочке при локальных нагрузках // Сб. статей «Прочность и динамика авиационных двигателей». – 1984. – Вып. 1.

Поступила в редколлегию 01.04.2009